

**CONCURSUL NATIONAL DE MATEMATICĂ „SFERA” EDIȚIA A XI-A**

**BĂILEȘTI, 22 MARTIE 2014**

**CLASA a IX-a**



**Partea I (50 puncte)**

*Pentru întrebările 1-5 scrieți pe lucrare litera corespunzătoare răspunsului corect.*

1. Fie  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 11$  și numerele  $a = \sqrt{n + 2\sqrt{n-1}}$  și  $b = \sqrt{n - 2\sqrt{n-1}}$ . Partea fractionară a numărului  $\frac{a}{b}$  este egală cu:

- a)  $\frac{2}{\sqrt{n-1}-1}$ ;      b)  $\frac{2}{\sqrt{n-1}+1}$       c) 0      d)  $\frac{1}{2}$

2. Pe latura  $[BC]$  a triunghiului  $ABC$  se consideră punctele  $P_1, P_2, \dots, P_{2014}$ , în aceasta ordine, de la  $B$  spre  $C$ . Ele împart segmentul  $[BC]$  în 2015 segmente egale. Dacă  $\overrightarrow{AP_5} = m \cdot \overrightarrow{AB} + n \cdot \overrightarrow{AC}$ , atunci  $m$  este egal cu:

- a)  $\frac{403}{402}$       b)  $\frac{402}{403}$       c)  $\frac{401}{403}$       d)  $1 \frac{401}{402}$

3. Negația propoziției “*Toți suedezii sunt blonzi și au ochii albaștri*” este:

- a) Există un suedez care nu este blond și nu are ochii albaștri.  
b) Există un suedez care nu este blond sau nu are ochii albaștri.  
c) Nici un suedez nu este blond sau nu are ochii albaștri.  
d) Toți suedezii nu sunt blonzi sau nu au ochii albaștri.

4. Un pătrat cu latura de 10 cm este împărțit în 100 de pătrățele egale cu latura de 1 cm fiecare.

Numărul total de pătrate care se formează este egal cu:

- a) 275      b) 485      c) 2014      d) 385

5. Fie  $a, b \in \mathbb{R}$  astfel încât  $[2 \cdot a - 3, b + 3] \cap [b - 2 \cdot a, 3 \cdot a + 1] = [-1, 4]$ . Atunci valoarea sumei  $a + b$  este egală cu:

- a) 0      b) -1      c) 2      d) -3

**Partea a II-a (40 puncte)**

*Pentru problemele 1 și 2 scrieți pe lucrare rezolvările complete*

**Problema 1 (20 puncte)**

Fie  $a, b, c \in [1, +\infty)$  astfel încât  $a \cdot b \cdot c = 8$ . Aflați cea mai mare valoare a raportului

$$E = \frac{a+b+c-a \cdot b \cdot c - b \cdot c - c \cdot a + 7}{(a+b+c)^6}.$$

*Prof. Ionuț Ivănescu, Craiova*

**Problema 2 (20 puncte)**

Fie  $ABC$  un triunghi cu proprietatea că triunghiul format cu medianele sale este ascuțit-unghic. Demonstrați că se poate construi un triunghi cu înălțimile triunghiului  $ABC$ .

*Prof. Laurentiu Panaitopol, Gazeta Matematică nr.1/2006*

**Timp de lucru: 2 ore 30 minute. Din oficiu: 10 puncte**